

歳差運動する楕円軌道で構成した多環体 Poly-Twistor of Precessed Elliptical Orbit

February 2025 (The 1st edition)

Akio Hizume 日詰明男

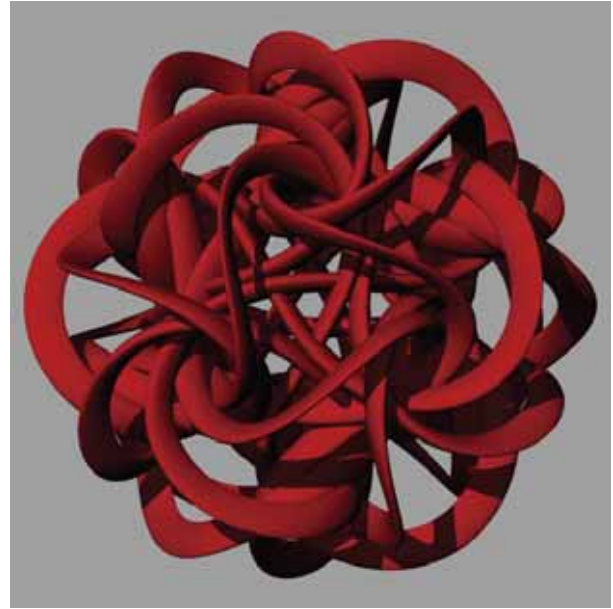
Geometric Artist, Architect, Inventor

akio@starcage.org

<http://www.starcage.org/>



5 回対称方向から



3 回対称方向から

図1 歳差楕円環による Poly-Twistor (2025)

上図1は1997年に研究を開始した Poly-Twistor (多環体) と呼ぶシリーズの最新作 (2025) である。

ブラックホールや恒星などの中心は超高密度の特異点であり、空間を負の曲率に湾曲させ、周囲の天体は特異点を焦点とする楕円軌道をとる。ケプラー、ニュートン、アインシュタインによって明らかにされた重力の法則である。さらに楕円軌道の焦点を中心に系全体が多かれ少なかれ歳差運動していることも知られている。系外から観測すれば、周囲の天体の軌跡はトーラス面を掃く運動に見えるはずだ。

新作はその「歳差運動をする楕円軌道」を複数使い、プラトン立体の対称性に基づいて構成した。それはまた原子核の周りを籠状に取り巻く電子群の軌道を連想させる。筆者は「宇宙のかたち、原子のかたち」と謳ったシリーズでこの種の構造を制作し発表してきた。[註1]

1.1. 螺旋トーラス

初期 Poly-Twistor は「螺旋トーラス」と呼ぶ基本形で構成されていた。まずトーラスは大円、小円、経線、緯線で定義されることを確認しておこう。(図2)

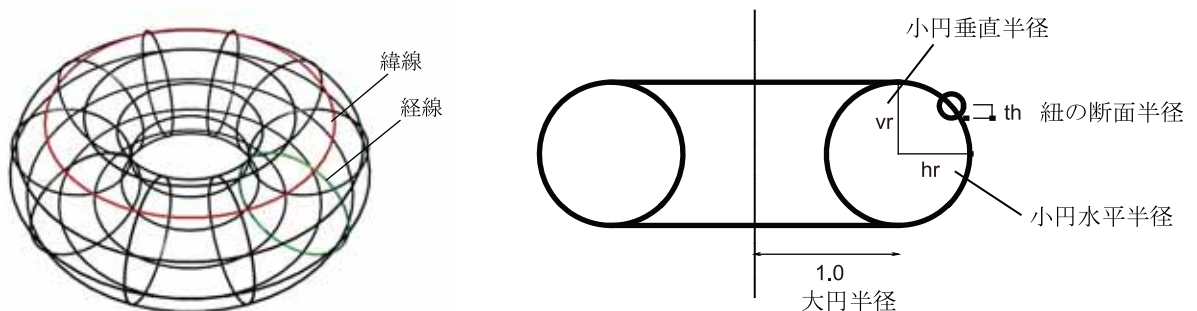


図2 トーラスの構成要素

左図で赤い円が緯線、緑色の円が経線。右図で、トーラスの中心から経線(小円)の中心までの距離が大円半径である。簡単のため大円半径を1とする。小円を楕円形とすることもできる。th は軌道曲線(紐)の半径である。紐の断面は円形に限らず、楕円や多角形とすることができる。

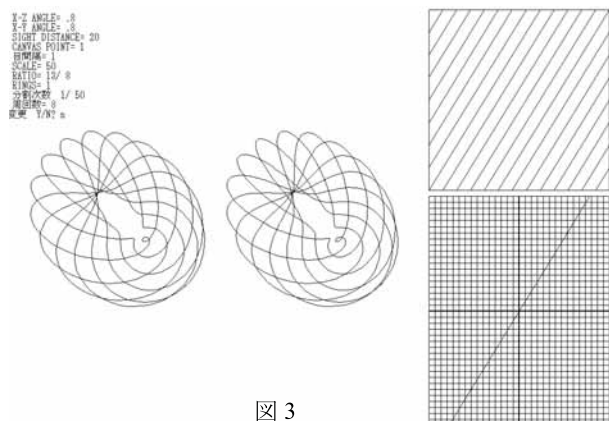


図 3
周波数 13/8 の螺旋トーラス (ステレオ)

図 3 に示すように一環の螺旋トーラスは「経線方向の回転数 A」と「緯線方向の回転数 B」との合成で作られ、前者と後者の比 A/B を「周波数」と呼んで定義した。ここに反時計回りを正と定める。

特に周波数が整数のとき (A/1 のとき)、螺旋トーラスの形状はド・ブロイの「定在波」の様相を呈する。(図 4 左端 5/1) 周波数が非整数のときの螺旋トーラスは、様々な結び目を形成する。(図 4)

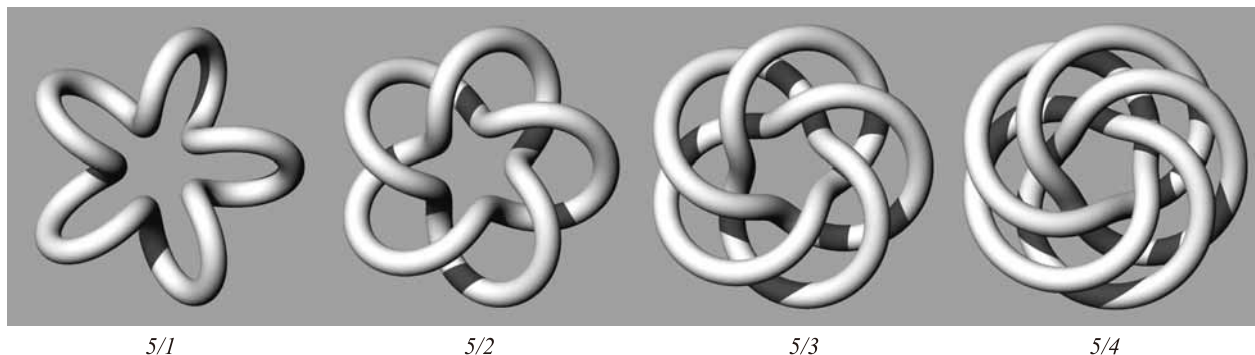


図 4
様々な周波数の螺旋トーラス

1.2. 3次元トーラスの分類としての Poly-Twistor

n 個の穴を持つ 2 次元トーラス (種数 n genus n と呼ぶ) は $4 \times n$ 角形の対辺を同一視することでトポロジカルに形成できることが知られている。したがって 2 次元トーラスは無限種数存在する。(図 5)

3 次元トーラスへの発展として、1997 年に正 12 面体の相対する面を同一視することを試みた。(図 6) 螺旋トーラスを用いた 6 環構造である。同年、京都滞在中のペンローズ氏にプロトタイプ模型を渡した際、その場で Hexa-Twistor と名付けられた。

その後、正 12 面体に基づく Hexa-Twistor だけでなく、正 6 面体、正 8 面体、正 20 面体、菱形 30 面体の相対する面を同一視する方法で網羅し、総称して「Poly-Twistor (多環体)」と名付けた。(図 7)

2 次元トーラスは無限種類だが、3 次元トーラスの一表現である Poly-Twistor は 3 環 (Tri)、4 環 (Tetra)、6 環 (Hexa)、10 環 (Deca)、15 環 (XV) の 5 種しか存在しない。

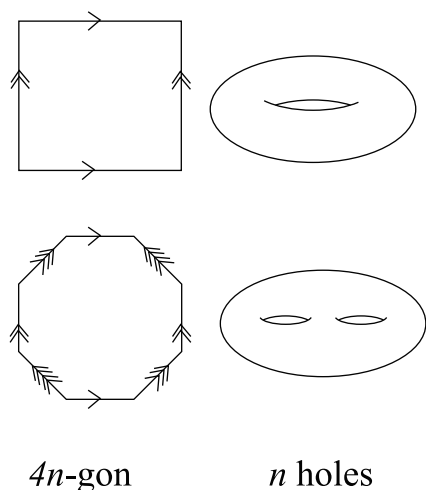


図 5
2 次元トーラスは無限に存在する



図 6
正 12 面体の対面を同一視した手作り Hexa-Twistor (1997)

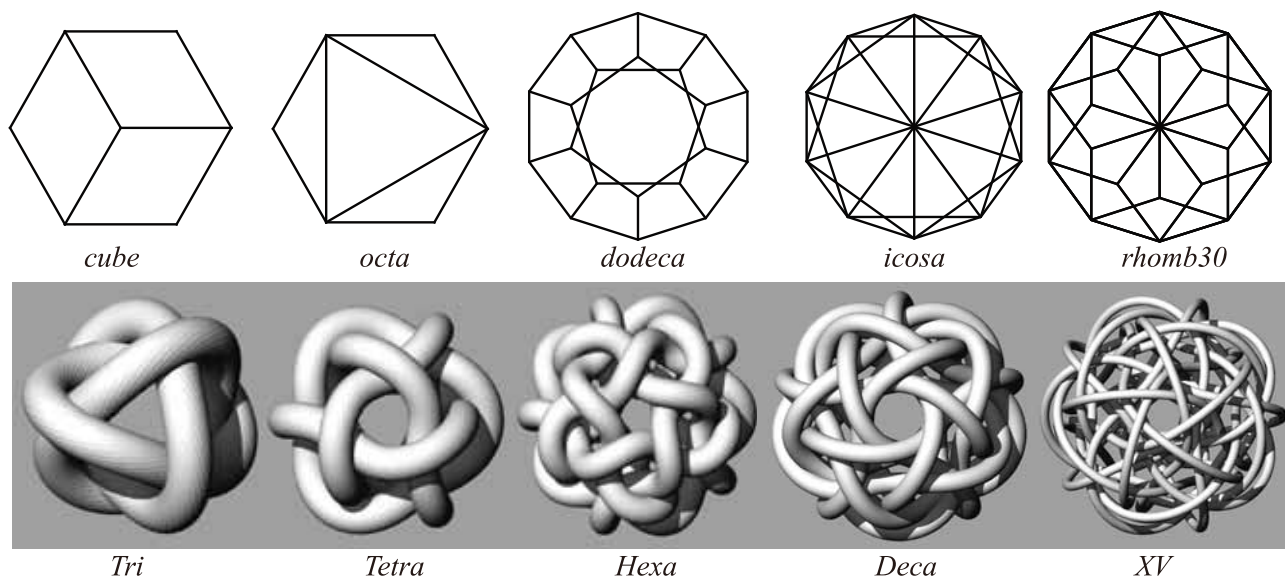


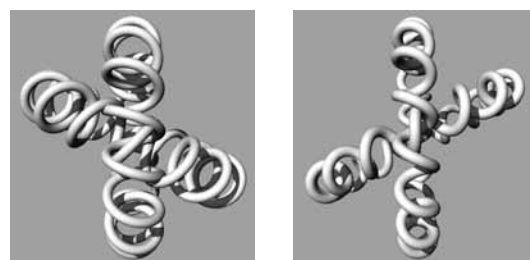
図 7
Poly-Twistor の分類

そのうち 4 環 (Tetra)、6 環 (Hexa)、10 環 (Deca) では、任意の 2 環の公転面同士がなす角度に正負のカイラリティが存在するので、厳密には 8 種類となる。(図 8)

さらにその 8 種類すべてに鏡像が存在するので、より厳密に言うと 16 種類に分類される。

Poly-Twistor は 3 次元トーラスのトポロジカルな分類としての研究であった。当初はもっぱら VRML という CG による探求に終始したが、2013 年から stl データに移植し、3D プリンターで実作した。CG 画像を超え、実際に触れるモデルを手にしたときの喜びは筆舌に尽くし難い。トポロジカルに異なるモデルを夢中になって試作し、いつの間にか実作品の総数は 60 個以上（鏡像を含めず）にのぼった。図 9 のカタログには試作したモデルの大半が収録されている。[註 2] 図 10 はその中の一部である。

chirality



plus

minus

図 8 螺旋トーラス同士のカイラリティ

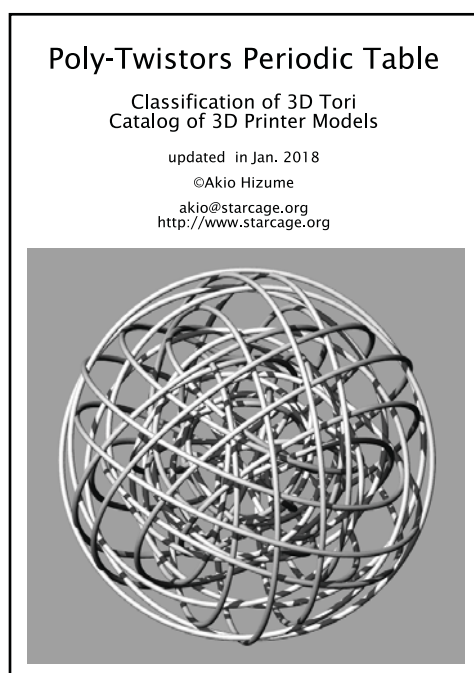


図 9 Poly-Twitor カタログ

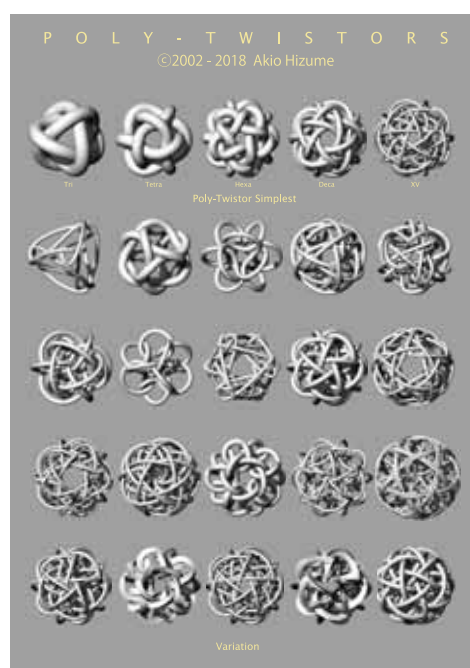


図 10 Poly-Twistor Variation

1.3. 宇宙のかたち

アインシュタイン曰く「宇宙は有限でコンパクトであり、境界がない。光は直進するといずれ元の場所に回帰する。」

その回帰の仕方にはどのような形式があるだろうか。Poly-Twistor の探索はそのような問いである。現実の宇宙はこの中のどれかなのではないかという仮説を立てることができる。リーマン、ロバチェフスキーらの非ユークリッド幾何学、ポアンカレ予想、アインシュタインの相対性理論などに触発された幾何学的な問題提起である。

もう一つ、3次元トーラス以外で、有限で境界が無い宇宙のかたちの候補がある。すなわち曲率が正の3次元球面という可能性である。3次元トーラスに関心を持つ以前の筆者は、宇宙の巨視的構造はこれしかないと思っていた。

おそらくリーマン、ポアンカレ、アインシュタインもそう思っていただろう。アルゼンチンの小説家ホルヘ・ルイス・ボルヘスの「バベルの図書館」(1941)はまさに3次元球面としての宇宙の話であった。筆者も1998年にこの主題で「じゃがいも宇宙論の大航海時代」と題するSF小説を書いたことがある。[註3]

しかしもし宇宙が3次元球面だとすると、1/4周を超えたあたりから望遠鏡は顕微鏡へと変わり、遠くのものほど大きく見える逆遠近法が生じてしまうだろう。(図11) [註4] 幸いそうした現象は未だ報告されていない。一幾何学アーティストとしての感想だが、3次元球面は幾何学モデルとしてエレガントであるが、多様性に乏しい。

それに対して曲率が正ではない3次元トーラス Poly-Twistor では遠近法の反転は起こらないし、驚くほど多様な形を生み、なおかつエレガントである。

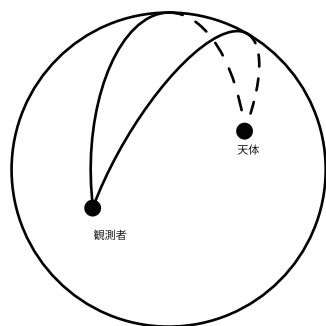


図 11
曲率が正の宇宙
2次元球面で起こることは3
次元球面でも起こる

「宇宙の巨視的な形を3次元トーラスと仮定したトポロジカルな研究」として螺旋トーラスは十分機能した。しかし、図12に示すように、近日点近傍の軌道には不自然な振れが認められ、改善すべき問題として残されていた。

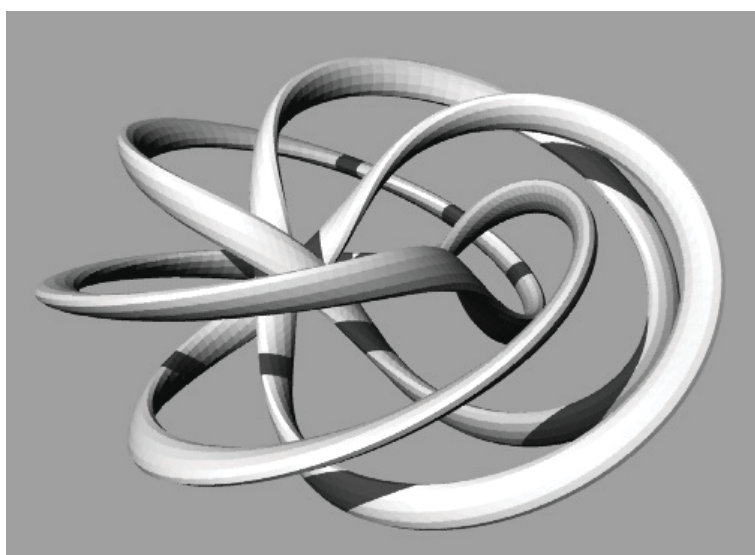
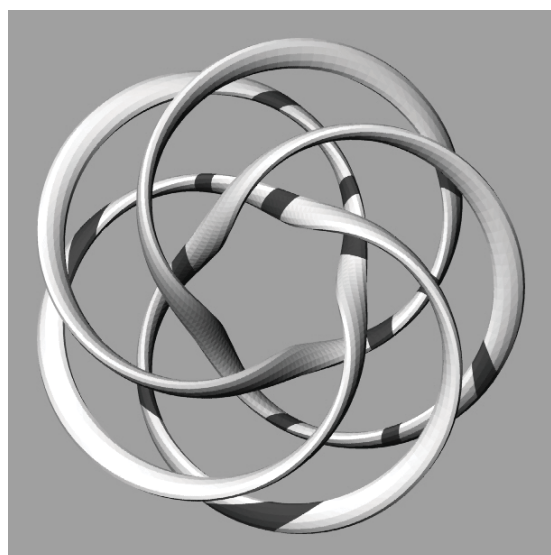


図 12
螺旋トーラス近日点の振れ

軌道の紐の断面を扁平な楕円とすると顕著である。
図は周波数 5/4 の例。

2.1. ヴィラルソーの円からヴィラルソーの楕円へ

一般にトーラス面には3種類の真円が存在する。一つは経線。すなわちトーラスの腕の断面である。二つ目は緯線。赤道に平行な平面でスライスした時の断面である（図2を参照）。

3つ目は「ヴィラルソーの円」として知られ、図13のような切断を行った場合の断面に現れる。トーラスの小円（腕の断面）が真円の場合は真円のヴィラルソーの円が現れる。図13の緑色の断面図で示す。その一般化として、図13の青色の断面図のように、トーラスの小円が楕円の場合は、「ヴィラルソーの楕円」と言うべきものとなるだろう。（図13）

このヴィラルソーの楕円軌道に対して、トーラス全体を回転させながら歳差運動をさせてみよう。すると螺旋トーラスにおける近日点近傍での乱れは解消し、滑らかな空間曲線が得られる。螺旋トーラスと区別して「歳差ヴィラルソー環」と呼び、図14に示す。

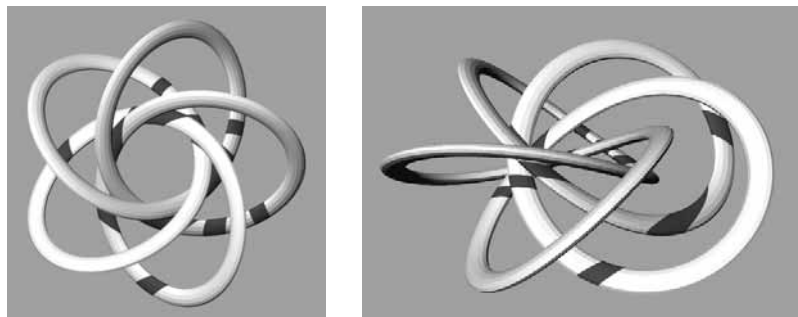


図14
歳差ヴィラルソー環 周波数 5/4 に相当

過去に作った螺旋トーラスによるすべての Poly-Twistor を、歳差ヴィラルソー環で描き直し、洗練させることができる。Poly-Twistor Powered by Villarceau と言ったところか。以前の螺旋トーラスと歳差ヴィラルソー環との比較を図15に示す。左図の不自然な捩れが右図では解消されてる。



螺旋トーラスの場合



歳差ヴィラルソー環の場合

図15
Tri-Twistor (3/2) の部分比較

ここで歳差ヴィラルソー環に変換したモデル群を開示してもいいのだが、それは別稿に譲る。本論では議論を先に進めよう。歳差ヴィラルソー環で滑らかさは解決したが、一点不満があった。母体となるトーラスの中心（歳差運動の中心）がヴィラルソーの楕円の焦点と一般には一致しないのである。

「歳差運動の中心も歳差運動する」という新たな仮定を加えれば、その問題も解消するが。それよりももっと有力な方法がある。

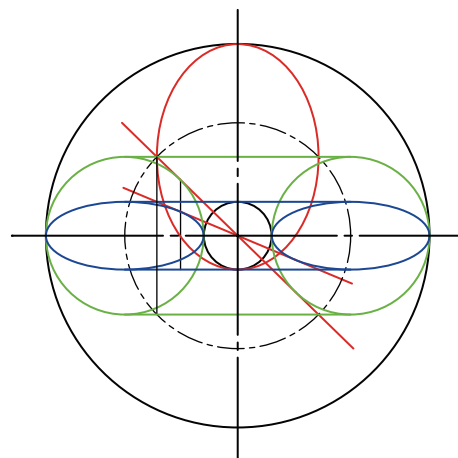


図13
ヴィラルソーの円と楕円

平面図と断面図を重ね合わせて作図している。

小円が真円である緑色のトーラスに対して、赤線で示す接平面で切断した断面にヴィラルソーの円は現れる。平面図における断面は赤い楕円となる。小円を任意の楕円に変形させ青色のトーラスで同様の操作をするとヴィラルソー楕円が得られる。

3.1. ブラックホールの映像

2021 年、ブラックホールのダイナミックな歳差運動が観測された。(図 16)

筆者はすぐ、周波数が黄金比の近似分数となる螺旋トーラスのモデルを制作し、その類似を確認した。(図 17) 超巨大ブラックホール並みの特異点が生む空間の歪みは、これほどまでの歳差運動を可能にするのかと直観したところである。そして無数に見える光線あるいは磁力線はたった一本で構成されている可能性が大である。

太陽程度の低質量、低密度の中心星を公転する地球の歳差運動は数万年周期なので誤差程度であり、概ね安定した楕円軌道をとっている。楕円と言ってもほぼ真円に近く、これも誤差程度であるが。

主星の質量密度がブラックホール級になると、歳差運動は誤差どころでなく、主役を演ずるようになる。

3.2. シュワルツシルト歳差運動

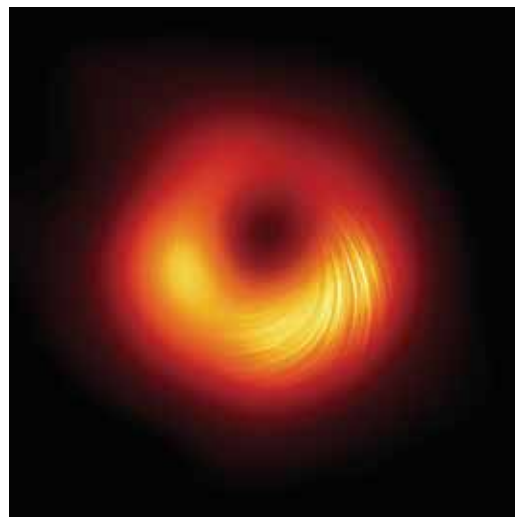
歳差運動は「独楽の味噌播り運動」に喩えられることが多い。「中心天体の自転による慣性系の引きずり」と説明されることもある。

ブラックホールの歳差運動を目にしてほどなく、ネット上で図 18 に示すシュワルツシルト歳差運動を説明した図に出会い、筆者は Poly-Twistor にシュワルツシルト歳差運動を厳密に導入する必要があると感じた。シュワルツシルト歳差運動のエレガントさに比べれば、従来の螺旋トーラスはまるでプトレマイオスの宇宙論のような素朴さに思える。

さらに原子構造に視点を移してみよう。ゾンマーフェルトは 1913 年に電子が楕円軌道を取りうることを提唱した。(図 19)

加えて、電子のスピンは非整数周期で、しかも歳差運動をしていることが明らかになっている。

Poly-Twistor はこれら諸々の現象を統合するモデルとなるかもしれない。2024 年暮、螺旋トーラスもヴィラルソー楕円も捨て、ケプラーの第 1 法則である「惑星の楕円軌道」とシュワルツシルト歳差運動を前提とした Poly-Twistor を再構成する作業に取り組むことにした。



Event Horizon Telescope

図 16 ブラックホール近傍の観測映像

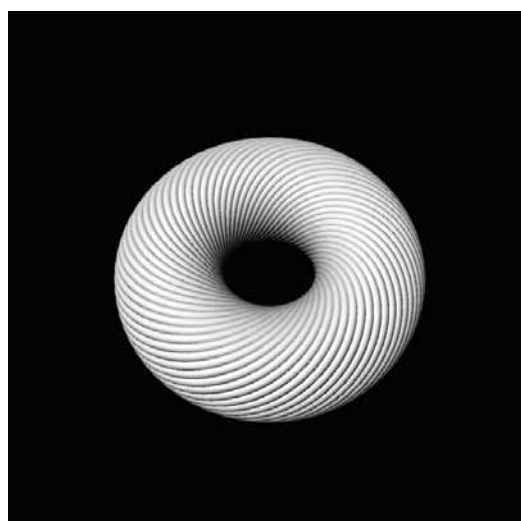
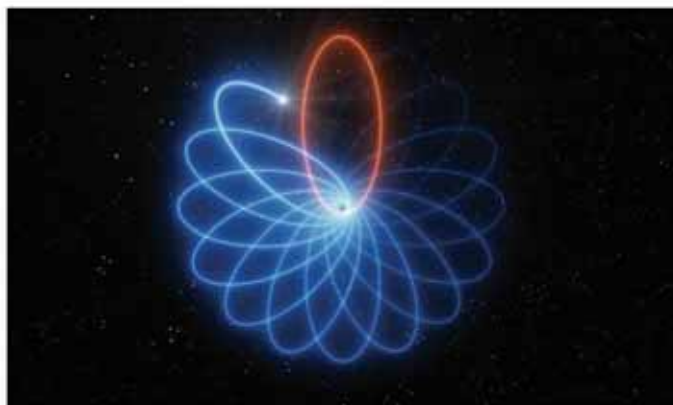


図 17 螺旋トーラスによるブラックホール



シュワルツシルト歳差運動のアーティストイメージ。/Credit:ESO/L. Calçada

図 18 シュワルツシルト歳差運動

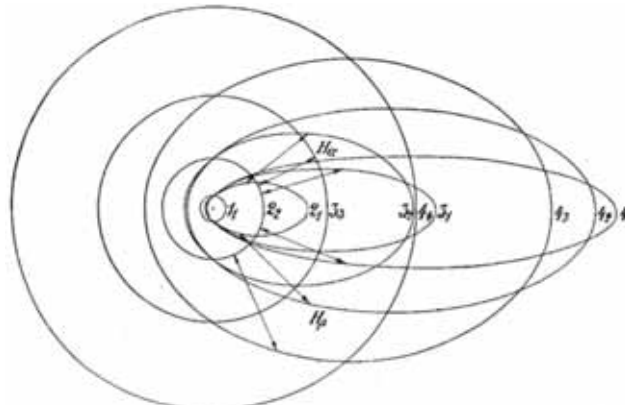


図 19 ゾンマーフェルトの電子楕円軌道
Wikipedia より

4.1. 任意の楕円軌道を歳差運動させる

ケプラーの第1法則に従い、特異点を焦点とした楕円運動する質点があったとする。その楕円の焦点を中心に系全体を歳差運動させることを考える。

そのまま歳差運動させたら平面図形としてのトーラスとなり、軌跡は自己交差してしまう。図18はそのような図であった。

そこで図20のように、歳差回転面に対して、楕円の長径を軸に任意の角度（軌道傾斜角 θ ）で傾け、それをZ軸周りに歳差運動させることを考える。（*通常軌道傾斜角は主星の赤道面に対する角度とされるが、本論では歳差回転面と天体の楕円公転面がなす角度としている点に注意。）

こうすると自己交差せず、たとえば図21のような結び目を形成する。

相対性理論の「重力場」を直観的に理解する見事な実験装置として、負の曲率の曲面上を転がる球の運動に喩えるものがある。大抵の科学博物館に常設しているほど人気の実験装置である。（図22）次元をひとつ落として考察することによって高次元の物理現象が腑に落ちる好例である。筆者はこの運動をいくら観ていても飽きることがない。ハッブルの法則を風船の表面で喩える例もその類であろう。

負の曲面上を転がる球の軌跡を観察すると、楕円軌道はもちろんのこと、順行、あるいは逆行する歳差運動が普通に見られる。前述したように通説では「歳差運動は中心天体の自転による慣性系の引きずり」とされるが、この実験において中心に何ら回転するものは存在しない。

本論では、3次元空間における歳差運動は、中心特異点の回転とは無関係で、考慮すべきは質量と密度による空間の曲率のみであり、歳差運動は等方的に起こりうると考える。そうでなければ後に考察する原子における電子の等方的な籠構造を説明できないからである。

4.2. 歳差楕円環

簡単のため長径を1とする単位楕円を基本とする。（図23）

楕円の短径 b ($0 < b < 1$)

軌道傾斜角 θ

A' = 環が完結するまでの公転回数、

B' = 環が完結するまでの歳差回転数

$A'/B' = \text{公転}/\text{歳差比} = k$

（歳差回転一周あたり楕円軌道を何回公転するか）

時計回りを正の方向と定める。

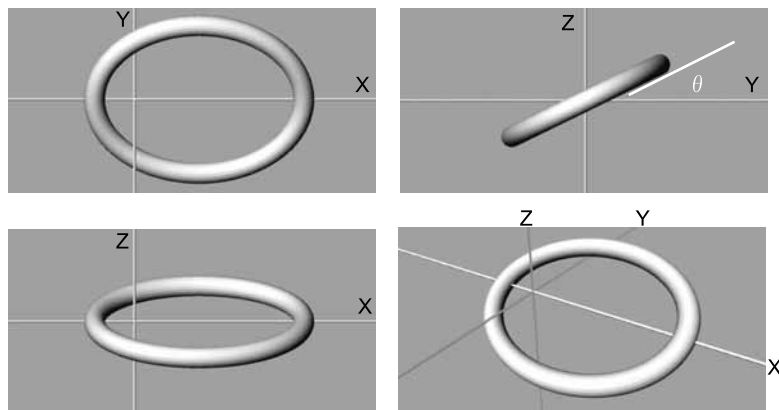


図20 歳差運動面と楕円公転面のなす角度を軌道傾斜角 θ とする

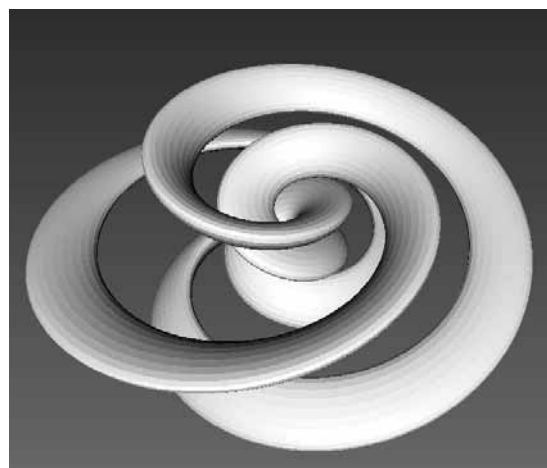


図21 歳差運動させた楕円軌道軌道の断面を扁平な楕円としている

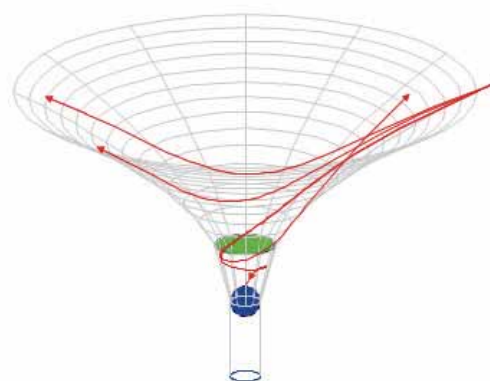


図22 重力場の2次元イメージ
「国立科学博物館で学ぶ物理学」より

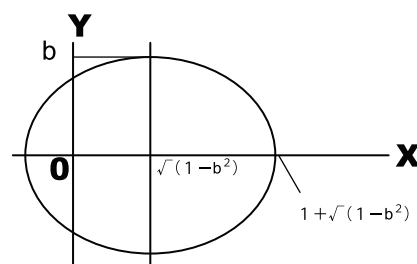


図23 単位楕円

楕円の焦点は楕円の中心から両側に $\sqrt{1-b^2}$ の距離にある。

軌道傾斜角 θ が負の角度のとき、正の場合の鏡像となる。

楕円軌道の焦点と歳差運動の中心は常に一致する。

こうして螺旋トーラス状のものができ、完璧に滑らかな空間曲線が得られる。螺旋トーラス、そして歳差ヴィラルソー環と区別してこれを「歳差楕円環」と呼ぼう。図 24 の歳差楕円環と、図 12 の螺旋トーラス、図 14 の歳差ヴィラルソー環と比較してみてほしい。どれもトポロジカルには同一の結び目である。

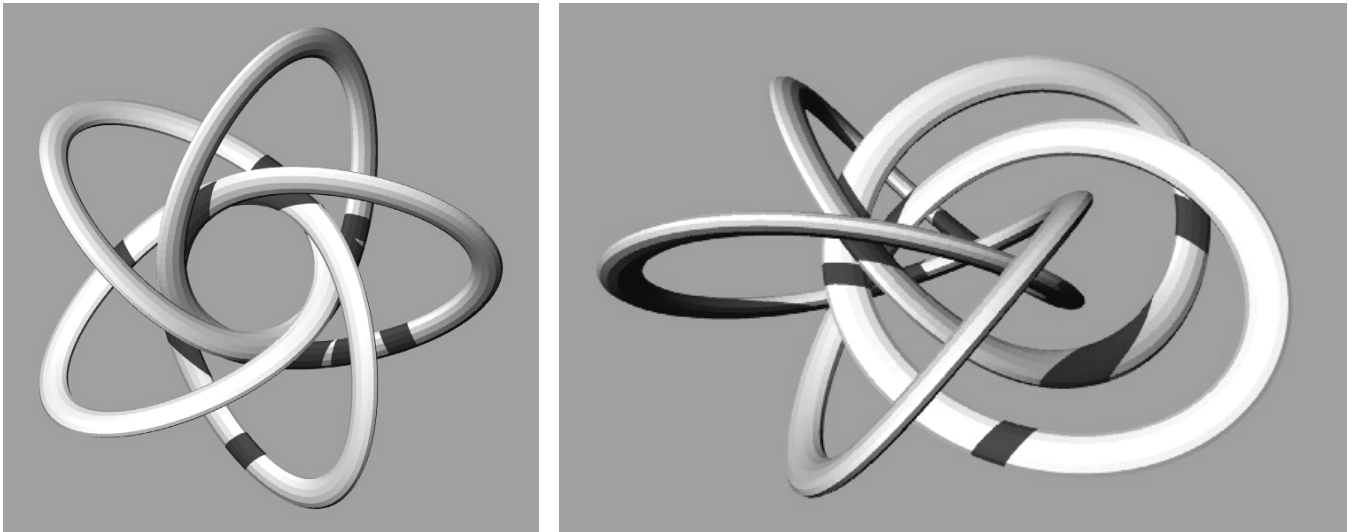


図 24 歳差楕円環 $A'=5$, $B'=-2$

螺旋トーラスで可能だったように、歳差楕円環を用いて結び目の分類ができる。その分類表の一部を図 25 に示す。

B'		-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
A'											
0											
1											
2											
3											
4											
5											

図 25 歳差楕円環で結び目の分類をする

注意すべきは公転／歳差比 k は螺旋トーラスにおける周波数 A/B とは異なる。

螺旋トーラスでは「経線方向の回転数 A と緯線方向の回転数 B の比（周波数 A/B ）」が結び目を決定したが、歳差楕円環に適用する場合、以下のように変換される。

$$A = A'$$

$$B - A = B'$$

たとえば $5/2$ を周波数とする螺旋トーラスは、歳差楕円環分類表（図 25）では

$$A' = 5$$

$$B' = -3$$

に対応する。

$\cos \theta$ と B' の符号＋－が異なるとき、公転方向と歳差方向は互いに逆行する。

図 26 は歳差楕円環で図 16 のブラックホールの磁力線パターンを再現したものである。図 17 のモデルとは中心近くの軌道に違いが認められよう。パラメータ値は

$$A' = 34$$

$$B' = -5$$

$$b = 0.866$$

$$\theta = \pi/3$$

であり、意外にも公転と歳差の方向が逆行しているタイプであった。もちろんひとつながり一本で構成された歳差楕円環である。

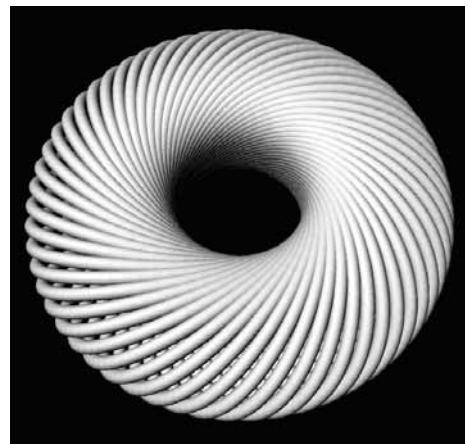


図 26

余興で銀河の螺旋も再現してみた（図 27）。この構造に裏表はない。裏表 180 度ひっくり返しても渦の形は変わらない。筆者は銀河の写真の沢山観てきたが、圧倒的に $A' = 2$ のタイプが多いと思う。



図 27 $A' = 2$, $B' = 55$, $b = 0.9$, $\theta = \pi/9$ の歳差楕円環

4.3. 歳差楕円環を使った Poly-Twistor

さていよいよこの歳差楕円環を使って Poly-Twistor を再構成しよう。これ以降の操作は初期螺旋トーラス版と全く変わらない。プラトンの正多面体の対称性に基づき、x 軸、y 軸、z 軸周りにしかるべき角度で回転させるだけである。歳差楕円環同士のカイラリティ＋の区別（図 8）も全く同様である。

歳差楕円環で再構成した Poly-Twistor をいくつか示そう。Tri, Tetra+, Tetra-, Hexa+, Hexa-, Deca+, Deca-, XV, 以上 8 種類それぞれの代表例である。（図 28）

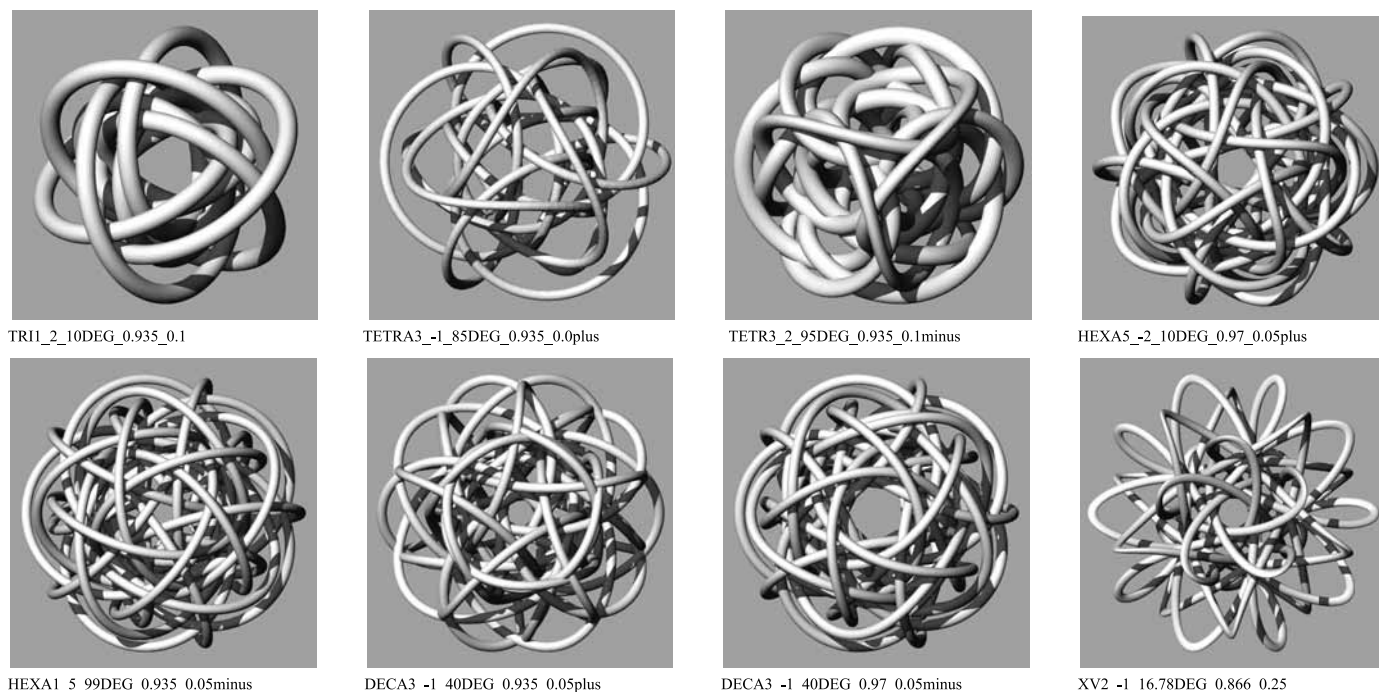


図 28 歳差楕円環による Poly-Twistor

いろいろ試したところ、公転の方向と歳差の方向が同じ PolyTwistor より、互いに逆行する場合の方が面白く感じる。巻き数が少ない分だけ隙間が多くなるからだろう。冒頭図 1 に掲げた作品はそのような例である。図 29 はその 3D プリンタによる実作モデルであり、パラメーターは以下のとおり。

Hexa-Twistor + 歳差楕円環

$$A' = 5$$

$$B' = -3$$

$$b = 0.935$$

$$\theta = 2/9 * \pi$$

今後も無数の作品が生まれるだろう。



図 29 歳差楕円環による Hexa-Twistor の実作

5.1. ケプラーの第 2 法則 面積速度一定

歳差楕円環において、楕円運動は、簡単のため図 30 に示す方法で作図した。与えられた楕円に対応する参照円を設定し、その参照円において角速度一定運動をさせ、それを楕円上に写像するという方法である。当然ながら面積速度一定の分割ではない。

しかし自然界では、天体から電子に至るまで、ケプラーの第 2 法則「面積速度一定の法則」に従って楕円軌道をとっている。焦点から遠ければ遠いほどゆっくり進み、近ければ近いほど速度は増すので、歳差運動をさせた場合、当然空間曲線の形は変化するはずだ。

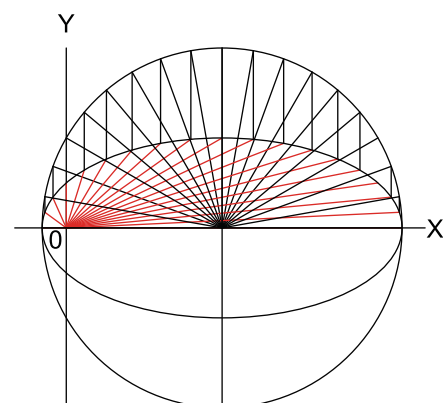


図 30 楕円軌道の作図
面積速度は一定でない

5.2. 歳差ケプラー環を使った Poly-Twistor

そこで面積速度一定の法則に基づく楕円軌道を厳密に再現し [註 5]、それを歳差運動させてみた。これを「歳差ケプラー環」と呼ぶことにしよう。そして複数の歳差ケプラー環を使って Poly-Twistor を再構成してみた。図 31, 32 にその開発過程を示す。面積速度一定の法則が分かりやすいように、軌道の紐の断面を正三角形とし、微小時間における軌道を離散的に表示させた。

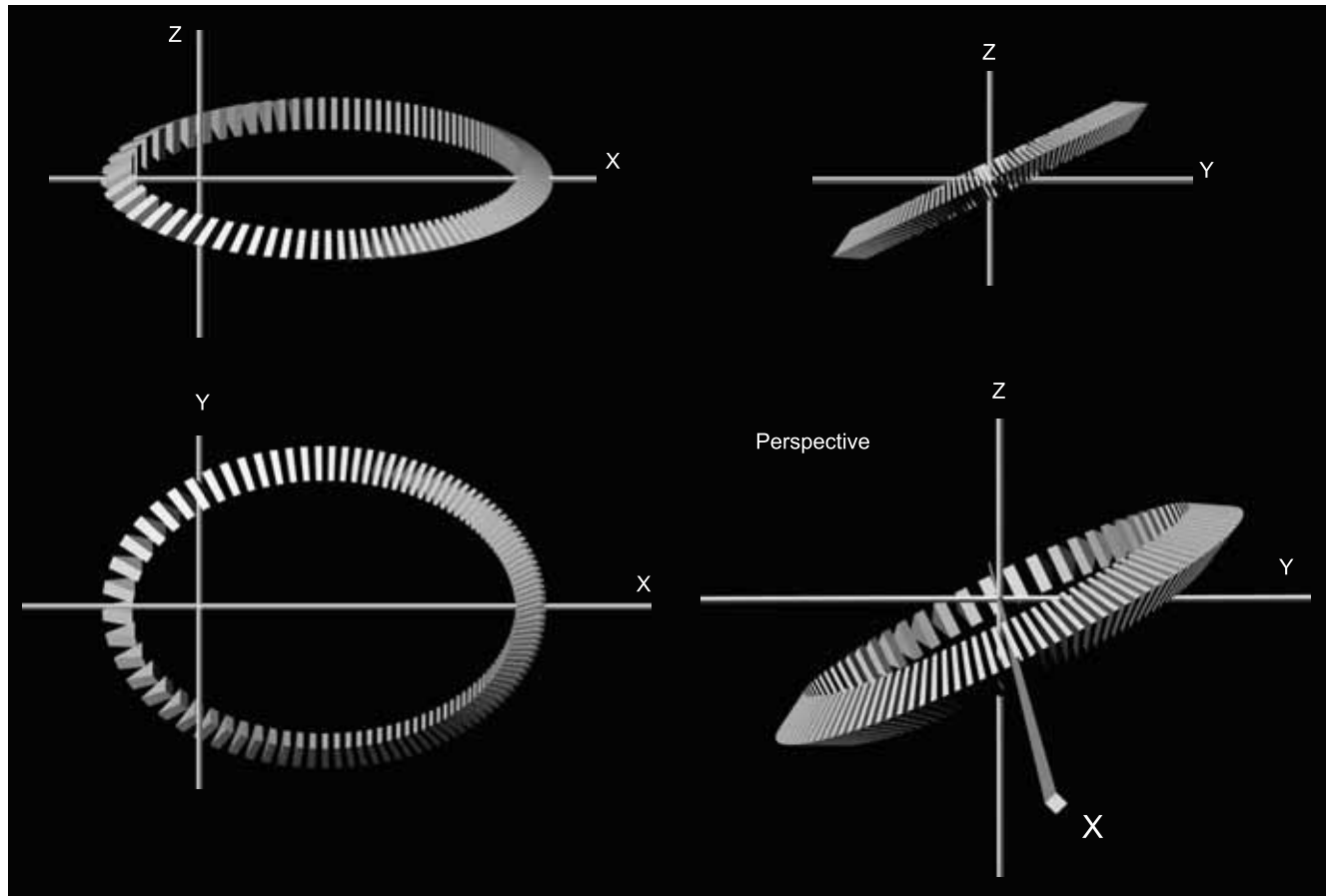


図 31 面積速度一定の楕円軌道

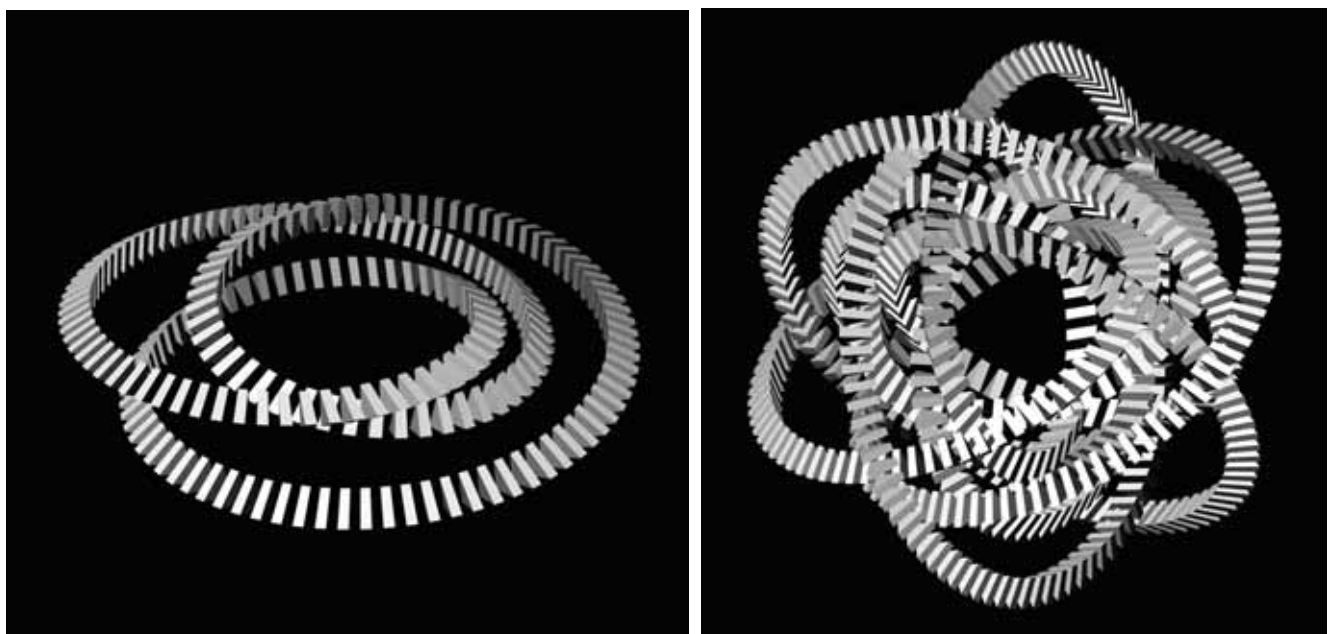


図 32 歳差ケプラー環とそれを使って構成した Tri-Twistor ($A' = 2$, $B' = 1$, $b = 0.935$, $\theta = \pi/18$)

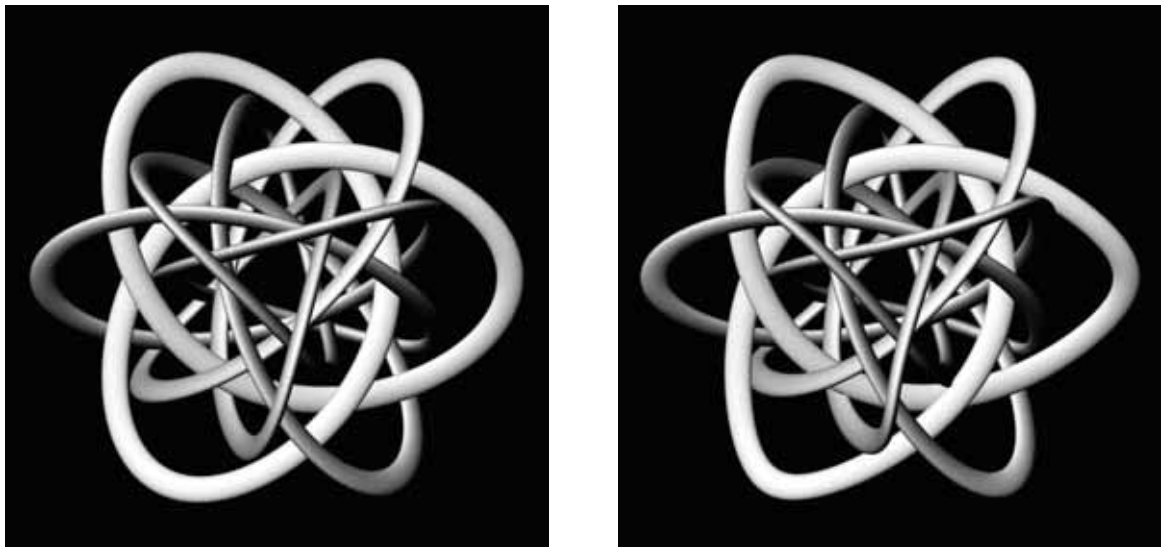


図 33 Tetra-Twistor を歳差楕円環（左）と歳差ケプラー環（右）で出力し比較する

同一パラメーターの Tetra-Twistor を歳差楕円環と歳差ケプラー環で出力し比較してみよう。図 33 を見て読者はどう感じるだろうか。筆者は歳差ケプラー環に不自然さを感じた。焦点から遠いほど歳差回転の影響を大きく受けている様子が確認できる。これはモデル設定の単純化に起因するものである。というのは、自然界では中心天体から離れるほど、歳差の影響は弱まるはずであり（相対性理論によると距離の 4 乗に逆比例とのこと）、このモデルではそれを考慮していない。加えて公転半径が長いほどゆっくり進むので歳差の影響を長時間受ける。また歳差による位置の変移も公転半径に比例して大きくなり、遠日点近傍は二重三重に過剰な歳差の影響を受けるからである。つまり歳差がデフォルメされてしまうということだ。

従って、本研究において面積速度一定の法則を導入する必要はなかったかもしれない。歳差楕円環の方が実際の軌道に即しているかもしれない。なぜかといえば面積速度を無視することの誤差と、公転半径の 4 乗に逆比例する歳差の影響勾配を無視することの誤差が互いに相殺し合うからである。

とはいえ、面積速度一定の法則を使った歳差ケプラー環ならではの造形も偶然生まれた。図 34 はまるでト音記号を歳差運動させたようなしなやかな曲線である。意図せず生れたデフォルメ効果と言えよう。ここになにか法則性や機能を見つけようとも思わないが。

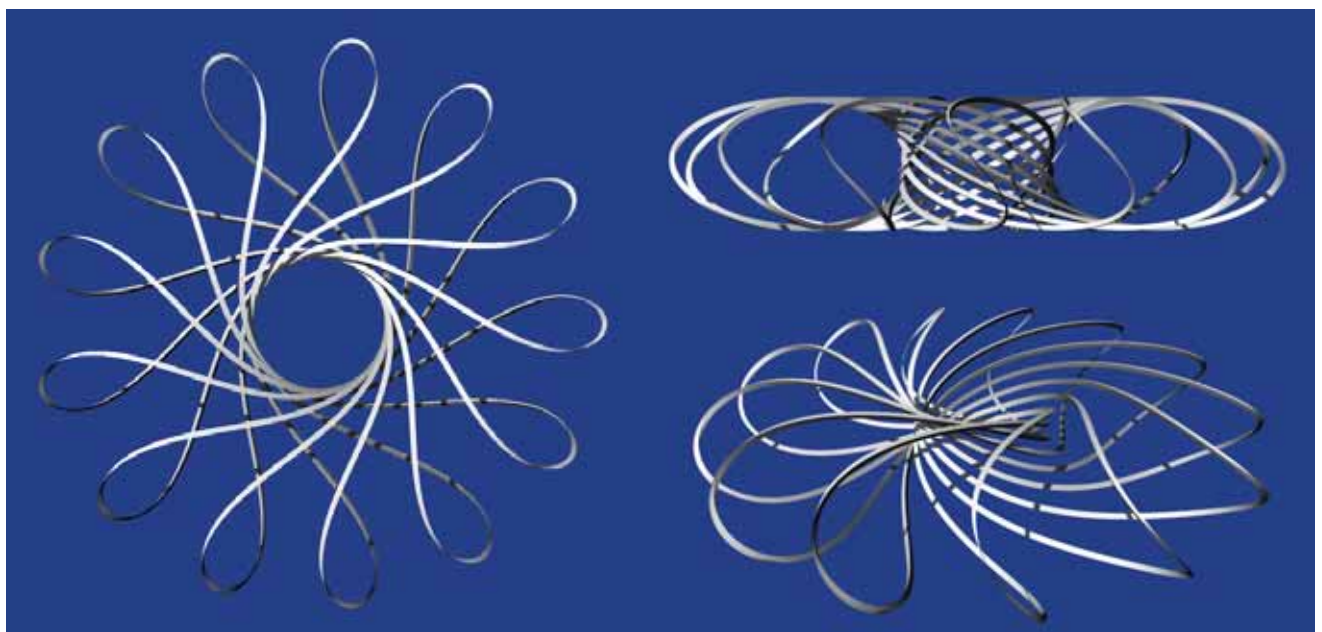


図 34 歳差ケプラー環の造形

6.1. 結論

本研究で Poly-Twistor シリーズの技法が 4 種出そろった。

螺旋トーラス

歳差ヴィラルソー環

歳差楕円環

歳差ケプラー環

これらの作図システムを使って、無数の造形が今後も見つかるだろう。

螺旋トーラス版の Poly-Twistor はプラトン、リーマン、ロバチェフスキー、ポアンカレ、アインシュタイン、ハッブルらの発見に触発され、有限で境界が無い宇宙のトポロジカルな形にはどのような可能性があるかという問いに始まり、3 次元トーラスの分類へ発展した。自ずとブラックホール、銀河、惑星の歳差運動、そして原子の電子軌道へと視野が移り、本論ではケプラー、ニュートン、シュワルツシルトの発見を組み入れるべく歳差楕円環を導入した。宇宙のマクロからミクロまで遍くはたらく「重力の法則」を 3 次元トーラスに封じ込めた感がある。今まで「宇宙のかたち、原子のかたち」と称して発表してきたが、より一般的に「重力場のかたち」として良いかもしれない。

以下に、本研究の成果や新たに生まれた予想を列举してみよう。

6.2. 電子軌道としての解釈

Poly-Twistor は原子構造において、複数の電子軌道が互いに交差せず、どのように躲し合って安定しているのかを説明する。ド・ブロイの定在波をより一般化した図式とも考えられる。これを「歳差楕円環定在波仮説」と呼ぼう。94 に及ぶ原子番号からなる天然元素は、正多面体的な対称性を利用しなければ、複数の電子や核子をバランスよく配置することはできないだろう。

6.3. 歳差楕円環が最善解である

螺旋トーラス、歳差ヴィラルソー環、歳差楕円環、歳差ケプラー環のうち、歳差楕円環が最も有望なモデルである。歳差中心と楕円軌道の焦点が常に一致する。面積速度一定の法則を導入した歳差ケプラー環は、歳差の影響がデフォルメされる結果となり、逆効果であった。

6.4. 歳差中心も歳差する仮説

歳差ヴィラルソー環は一般に歳差中心と楕円軌道の焦点が一致しない。その点は歳差楕円環に劣る部分であった。しかし捨てがたい仮説として、複数の歳差楕円環が Poly-Twistor 状に絡み、影響しあうとき、歳差運動の回転中心自体が歳差運動し、結果として歳差ヴィラルソー環に落ち着くこともあるかもしれない。これは本研究によって生まれた新しい着想である。[註 6]

6.5. 軌道傾斜角の定義

歳差平面と公転面のなす角度を傾斜軌道角と定義した点は独自のものである。

歳差方向と公転方向が逆行するケースは決して例外的ではなく、現にブラックホールの観測映像がそのタイプを示していることは筆者にとって驚きだった。無数に見える磁力線の渦は、歳差楕円環のようにひとつながりで辿れるのではないか。

一般の磁力線も一本の歳差楕円環を形成している可能性がある。軌道傾斜角が極性やモーターなどの回転動力を生んでいるのではないだろうか。

6.6. 軌道の紐

歳差楕円環の軌跡を幅のある「紐」で表現するとき、その幅や形状は二次的なパラメーターである。紐の断面を真円でなく扁平な楕円とすると、美しくなめらかな曲面が得られる。断面を多角形とすると、可展面となり、紙でも制作できるだろう。事実、筆者は以前、正三角形断面の螺旋トーラスで構成された Poly-Twistor を紙で制作したことがある。(図 35) [註 7]

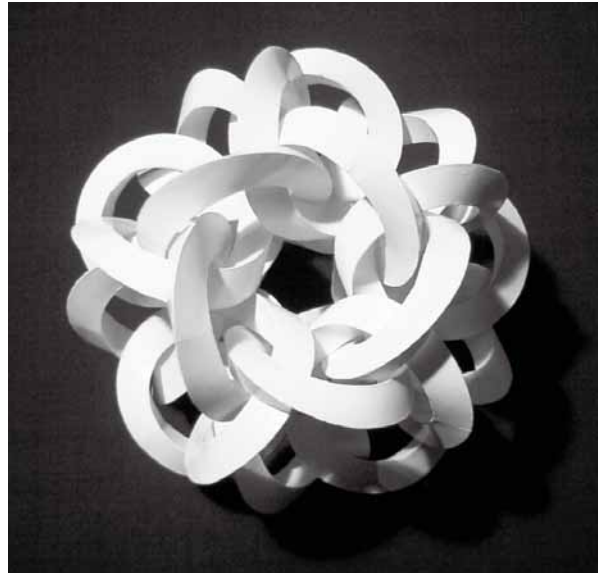
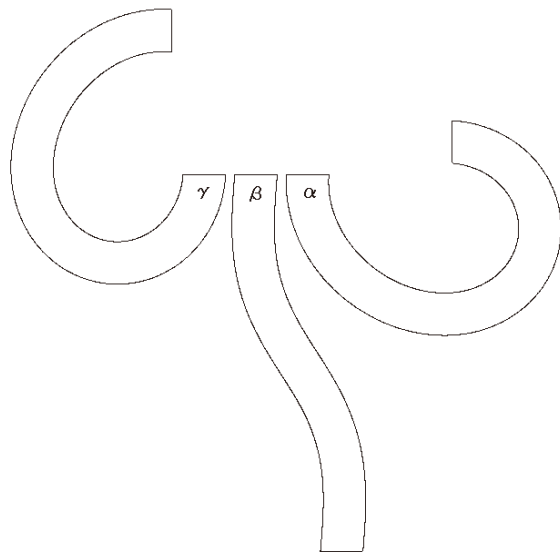


図 35 紙製の Hexa-Twistor Triangular Section(2003)

7.1. 補遺

Poly-Twistor の造形は、古典物理、相対性理論、量子論、宇宙論などに触発された上で、あくまでも抽象的に、幾何学的にありうべき未知の構造を模索したものである。純粹抽象彫刻ととらえていただいても良い。現実の物理現象を厳密に実証する目的ではない。

しかし、恣意を徹底的に排した幾何学的、抽象的実在は、いずれ遅かれ早かれ自然界においても発見されるだろう。筆者はそのような経験を何度もしてきた。

Poly-Twistor の研究は 1997 年に始まり、ほぼ四半世紀継続し、逐次発表してきたが、未だに他の研究者や作家が再現したという報告を目にしない。この研究が興味を持たれないからではない。むしろ Poly-Twistor は私の作品の中で異例なほど人気で、展示すれば一瞬で売り切れることもあるし、盗難に合ったことも一度や二度ではない。それほど関心をもたれながらも、追試は困難ということだろう。職業科学者たちの数式処理能力は突出しているが、それに比して造形的なイメージや想像力、直観力は筆者から見るとあまりにも素朴であると常々感じる。2 次元や 3 次元の造形で自明なことを、彼らは問題を無暗に複雑化し、延々とあれやこれやと数式を弄んでいるように見えることもある。

従来の科学界では、追試する者がいないと結論が否定される傾向にあるが、筆者のような幾何学的な研究では、他の何よりもコンピューターが再現性を客観的に証明してくれている。三段論法による証明は必ずしも必須ではない。図形出力すれば仮説の間違いは一目で分かるものである。

幾何学的造形を長年続けていると、「ほんとうにもう、どうしてもこんなことがあるようではかたない」(宮沢賢治、注文の多い料理店 序)といった心境に至ることがしばしば起こる。それを臆せず記してみようと思う。

科学界に一石を投ずることがあれば本望である。

7.2. 原子の形 遍在する特異点

Poly-Twistor に代表される「造形思考」を日頃続けながら、毎年のように更新される科学的な知見に触れているうちに、それらを総合する新たな原子のイメージが自然に立ち現れてくる。

陽子と中性子で構成される原子核が角砂糖程度の大きさだとしたら 2.5 億トンに及ぶほどの密度だという。地球全体が一つの原子の大きさだとすると、原子核は直径 200m ほどの球体に相当するという。その球体に中性子が隙間なくぎっしり詰まっているとすると、その質量は地球の全質量を圧縮して余りある密度だという。小ぶりの中性子星のようなものである。その場合、直径 200m の球の中心にはシュワルツシルト半径 8mm 程度のブラックホールが存在しうる計算になるそうだ。中性子星は「巨大な原子核」と喩えられるが、その逆も真で、原子核は微小な中性子星と言えよう。

原子核が直径 200m の球だとすると、電子は直径 10 センチほどの大きさに相当し、成層圏あたりを遠日点とする楕円軌道の定在波で編まれた籠 (Poly-Twistor) を形成していると考ええる。原子核と電子軌道圏の間の 5000km ほどの空間はほとんど「完全なる真空」である。つまり私たちが日常触れる物質の大半はほとんどスカスカの空っぽである。ニュートリノが地球さえも素通りするのはこのためである。にもかかわらず私たちが透明人間でなくいられるのは、電子軌道の籠が原子をめいっぱい嵩張らせ、電磁的バリアとなり、原子同士の立体障害が起こるからである。

原子核の絶対的な質量は微々たるものだが、その密度は中性子星やブラックホール並みである。原子核近傍は負の曲率で激しく湾曲し、ケプラーの法則や相対論的歳差運動が主役となり、電子軌道はダイナミックでエレガントな歳差楕円軌道をとれるのだろう。

いくら中性子星並みの密度を持った原子核でも、電子軌道の籠に包まれて嵩張ると、埃（ほこり）のように宙を舞い、宇宙空間を漂いもする。だからマイクロサイズでは重力は他の 3 つの力（電磁相互作用、弱い相互作用と強い相互作用）に比べて無視できるほど弱いと通常考えられている。しかしそれは大きな見間違いであろうというのが筆者の実感である。

原子核は中性子星並みの密度を持った紛れもない特異点である。小さなブラックホールと言ってもいい。つまり私たちは無数の遍在する微小なブラックホールに囲まれている。

もっと言えばあらゆる天体の中心は「ほとんど無限」の密度に至る特異点である。そして宇宙の平均密度は 1 立方 m あたり陽子 1 個ほどの希薄さ、要するに宇宙は原子同様、ほとんど空っぽである。

本研究で、ケプラーの法則と歳差運動に代表される「重力」の作用は、マクロからマイクロまで遍く宇宙全般において主流のプラットフォームであることを造形的に追体験できた。

いずれ物理学において真の統一理論が完成する日を待望する。

註

註 1

Poly-Twistor に関する過去の論文は以下のとおりである。

Akio Hizume, Hexa-Twistor, MANIFOLD #01, pp. 10-12, 2000. (in Japanese)

Akio Hizume, Poly-Twistor, MANIFOLD #04, pp. 8-9, 2002. (in Japanese)

Akio Hizume, Poly-Twistor, ISAMA Proceedings, 2002. (This paper was reprinted on “inter-native architecture OF music”, Star Cage Publishing, pp. 199-204, 2006.)

Akio Hizume, Hexa-twistor Trianglar Section, MANIFOLD #05, 2002.

Akio Hizume, Real Model of the POLY-TWISTOR Triangular-Section, MANIFOLD #06, 2003.

Akio Hizume, Hexa-twistor Triangular Section, 6th Bridges Proceedings, 2003.

Akio Hizume, Yoshikazu Yamagishi and Shoji Yotsutani, Poly-Twistor for Rapidprototyping, MANIFOLD #22, pp. 5-10, 2012. (in Japanese)

Akio Hizume, Yoshikazu Yamagishi and Shoji Yotsutani, Poly-Twistor by 3D Printer Classification of 3D Tori, Proceedings of Bridges, pp. 555-558, 2013. (* この頃の論文が連名なのは、国際会議出張旅費等に龍谷大学の援助があったからである。論文の内容は 100 パーセント筆者の著作である。)

註 2

カタログ「Poly-Twistor Periodic Table」は 500 部印刷し、2018 年米国アトランタで 2 年ごとに開催される Gathering for Martin Gardner での発表と共に Exchange Gift として 300 部を配布した。PDF 版をネット上でも公開している。

http://starcage.org/poly-twistors_s.pdf



註 3

小説「じゃがいも宇宙論の大航海時代」(1998)ではハッブルの法則だけを前提に理論展開した。当時の定説では、宇宙膨張は 150 億光年の地点で光速に達し、150 億年前にビッグバンが起こったとされていた。この小説ではビッグバンを不要とし、代わりに「宇宙の半減期」を算出した。つまり 104 億年前は一樣にすべてのもののサイズが半分であり、無限の過去に遡ることができるという独自の仮説である。逆に 104 億年後にはすべてのものが倍のサイズに膨張する。物差しも膨張するので誰も気づかない。この仮説はますます信ぴょう性を帯びてきている。ただこの小説を書いた当時、宇宙は 3 次元球面であろうと素朴に予想していた。本論文に記したように、現在は宇宙の大局構造は 3 次元トーラスのいずれかだろうと予想している。以下に PDF を公開している。

<http://www.starcage.org/jagaimo.pdf>



註 4

ジョージ・ガモフ著「不思議の国のトムキンス」伏見康治訳 (1950、白揚社) にこの可能性が示唆されている。これを読み、宇宙の 3 次元球面説に疑問を感じるようになった。

註 5

面積速度一定の法則に基づく楕円軌道の時間変化の算出法は以下のサイトを参考にした。

弘前大学ホームページ、相対論の理解とその周辺

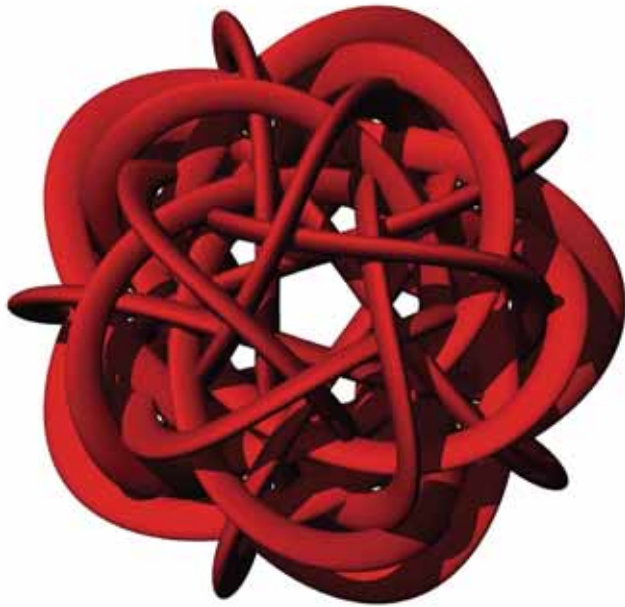
<https://home.hirosaki-u.ac.jp/relativity/1881/>

註 6

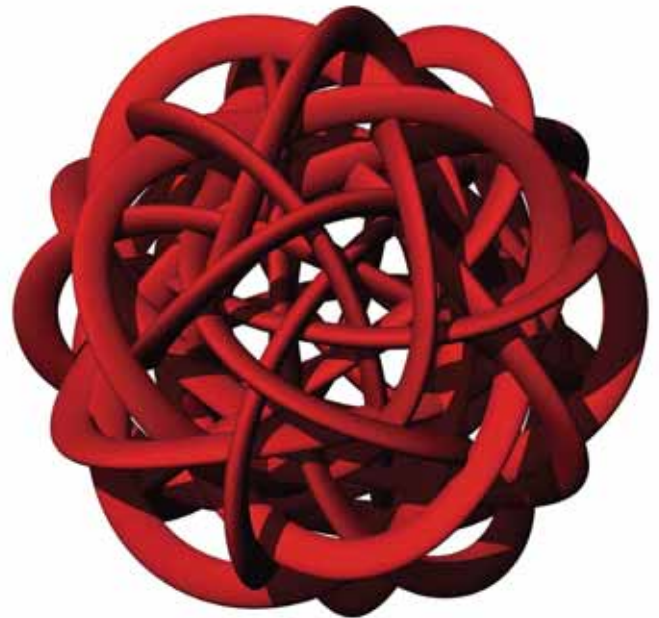
主星の周囲を公転する天体は、局所的には生真面目に楕円軌道を永遠に続けているつもりかもしれないが、大局的には慣性系自体が回転する歳差によって楕円軌道は素直に閉じることではない。その系はさらに巨大な重力場で回転し、以下同様。客観的に観測できる定点は宇宙のどこにも存在しない。これもひとつの『動的平衡』と言えるだろう。歳差運動の中心軸自体が歳差する可能性もまた新たな『動的平衡』の例となるかもしれない。沢山の風船をひとつの箱にいっぺんに押し詰め、落ち着かせる技を想起させる。

註 7

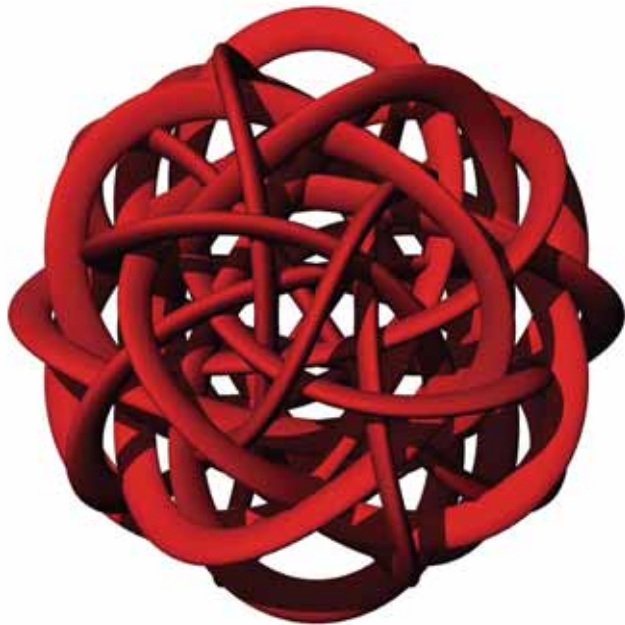
3D プリンター以前、この紙製モデルを完成させるのに 3 か月の集中した作業を要した。指の湿めり気ですら紙を座屈させかねない、ぎりぎりの作業だった。この制作こそ、何人も追試できないだろう。私自身、二度と作りたくはない。3D プリンターが普及して良い時代になったものだと実感するばかりである。



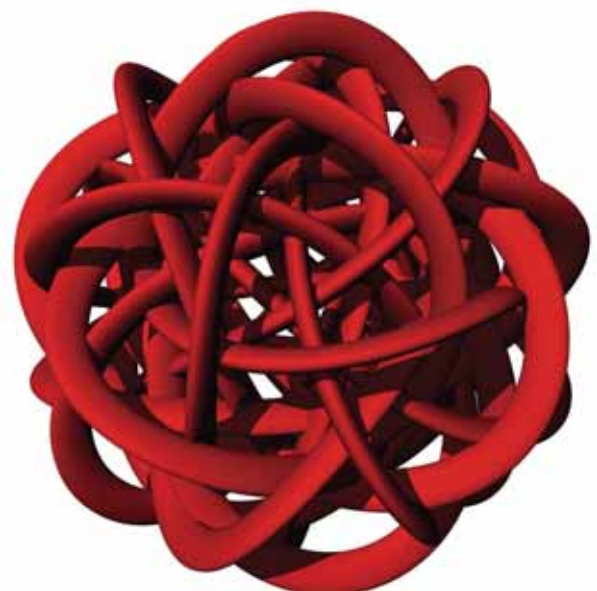
5-fold of HEXA23_-2_5_0.6_0.6_500_0.1_0.05plusVillarceau



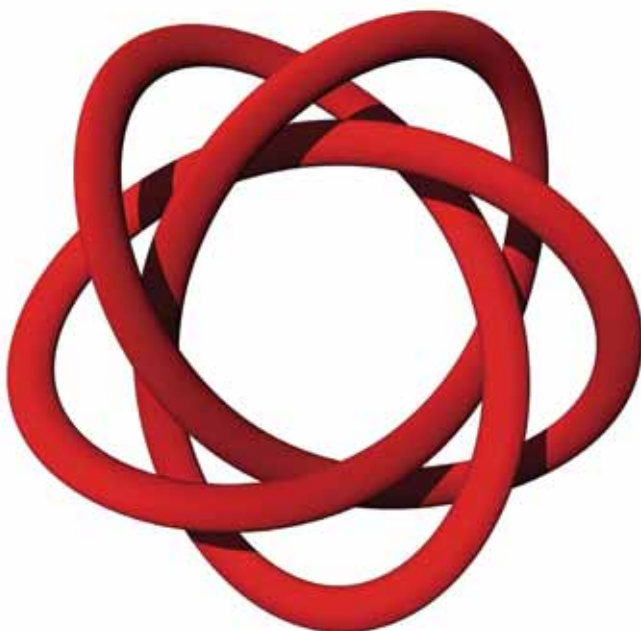
3-fold of HEXA23_-2_5_0.6_0.6_500_0.1_0.05plusVillarceau



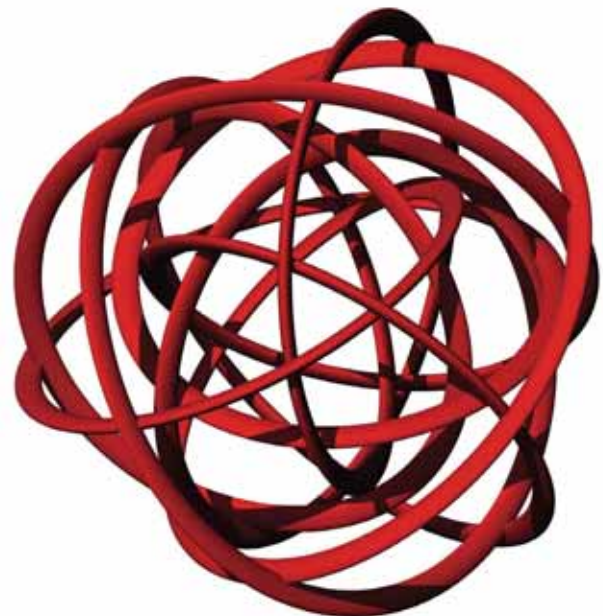
2-fold of HEXA23_-2_5_0.6_0.6_500_0.1_0.05plusVillarceau



pers of HEXA23_-2_5_0.6_0.6_500_0.1_0.05plusVillarceau



23_-2_5_0.6_0.6_500_0.1_0.05plus Precessed Villarceau Torus



3-fold of TRI23_1_2_1_0.6_500_0.06_0.03Villarceau